

Teoria dos Jogos

Prof. Maurício Bugarin

Eco/UnB

EPRG-Economics and Politics Research Group

Jogos estáticos com informação completa

Parte 2

Apresentação prof.

Apresentação alunos

Apresentação disciplina

Capítulo 1. Introdução: Por que pensar estrategicamente?

1.1. Exemplos reais

1.2. Conceitos básicos de jogos

Capítulo 2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.1. A Forma Normal

2.1.2. Solução por Dominância

2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

Jogos estáticos: todos os jogadores jogam ao mesmo tempo, uma única vez

Com informação completa: todos sabem exatamente as consequências de cada jogada (**completa**) para cada jogador.

2.1.1. A Forma Normal ou Estratégica

$$J = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$$

Dilema do Prisioneiro

Jogo dos irmãos

Duopólio de Cournot com estratégias finitas

Batalha dos Sexos

Jogo do banana

Três jogadores (soma zero, não soma zero)

Apresentação prof.

Apresentação alunos

Apresentação disciplina

Capítulo 1. Introdução: Por que pensar estrategicamente?

1.1. Exemplos reais

1.2. Conceitos básicos de jogos

Capítulo 2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.1. A Forma Normal

2.1.2. Solução por Dominância

2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.2. Solução por Dominância

Resumo: Dois algoritmos para obtenção de soluções:

Buscar estratégias dominantes:

- requer simples racionalidade dos jogadores

Eliminar estratégias estritamente dominadas:

- Requer que a racionalidade seja *conhecimento comum* entre os jogadores

- Portanto, conceito mais “exigente” de racionalidade

2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.2. Solução por Dominância

Proposição:

Suponha que um jogo admite uma solução $s = (s_i)_{i=1,\dots,n}$ em estratégias dominantes.

Então o processo de eliminação de estratégias estritamente dominadas leva a uma única solução do jogo, que é justamente s .

Resolução:

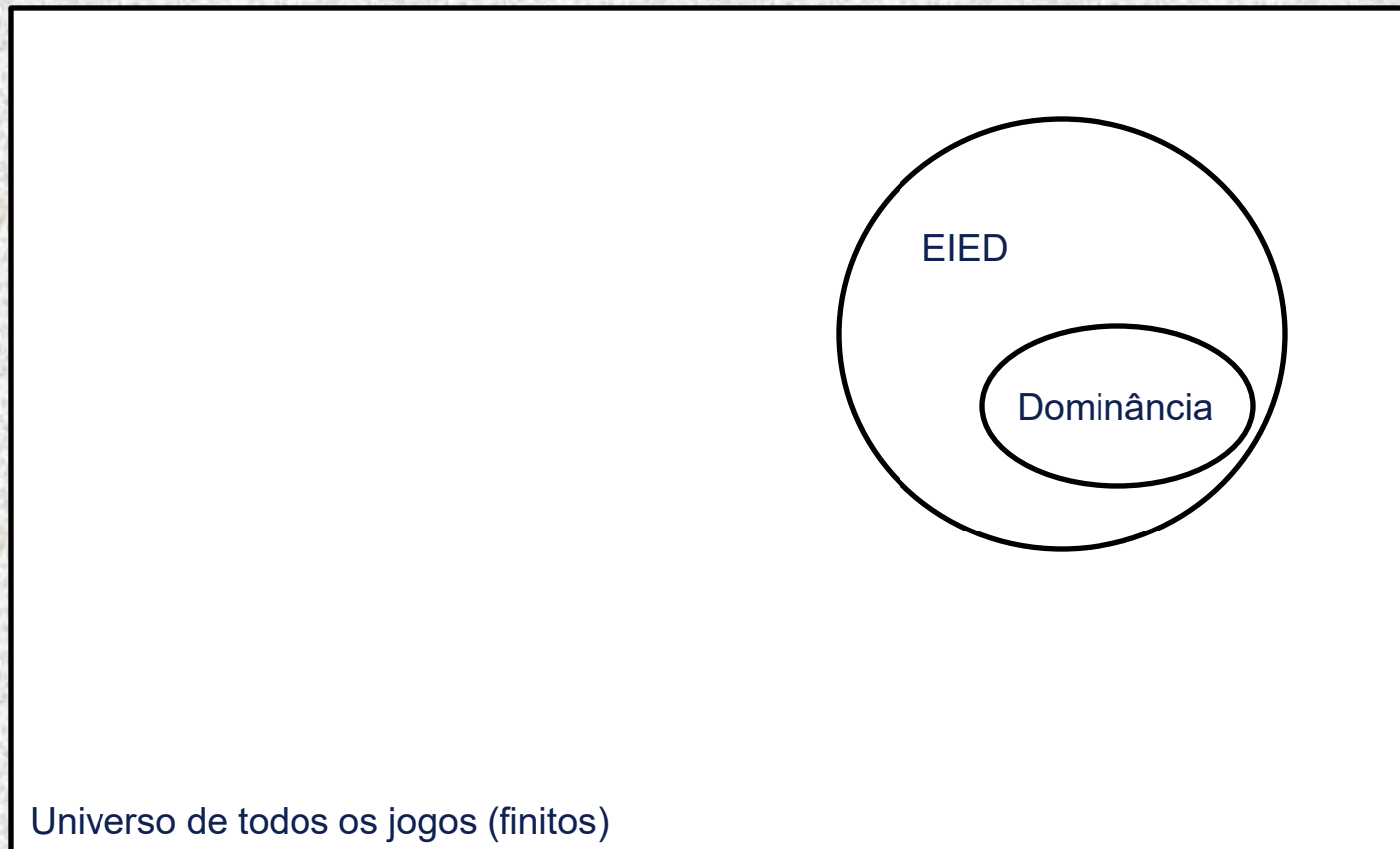
Trivial: Para cada jogador i , a estratégia s_i domina todas as demais estratégias, portanto, qualquer que seja a ordem de aplicação do processo de *EIED*, o conjunto de estratégias de i será reduzido a $\{s_i\}$.

2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.2. Solução por Dominância

Diagrama de Venn I



2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.2. Solução por Dominância

Proposição:

Se o processo de EIED levar a um perfil de estratégias, esse perfil de estratégias é o mesmo qualquer que seja a ordem de eliminação de estratégias estritamente dominadas escolhido.

Demonstração:

Suponha, por contradição, que aplicando o processo de EIED seguindo uma ordem o_1 leva a um resultado s e que aplicando-o seguindo outra ordem o_2 leva a outro resultado $s' \neq s$.

Então $s'_j \neq s_j$ para pelo menos um jogador $j \in N$.

Portanto, alguma estratégia no perfil s' é eliminada durante o processo o_1 .

Seja s'_i a primeira estratégia no perfil s' eliminada durante esse processo o_1 .

Então existe $s''_i \in S_i$ tal que:

$$u_i(s''_i, s'_{-i}) > u_i(s'_i, s'_{-i}) \quad (1)$$

2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.2. Solução por Dominância

Proposição:

Se o processo de EIED levar a um perfil de estratégias, esse perfil de estratégias é o mesmo qualquer que seja a ordem de eliminação de estratégias estritamente dominadas escolhido.

Demonstração: $o_1: s; \quad o_2: s' \neq s.$

s'_i : a primeira estratégia no perfil s' eliminada durante esse processo o_1 .

Então existe $s''_i \in S_i$ tal que: $u_i(s''_i, s'_{-i}) > u_i(s'_i, s'_{-i}) \quad (1)$

No entanto, como o processo o_2 resultou no perfil s' , temos:

s''_i é eliminada no processo o_2

Nenhuma das estratégias em s'_{-i} é eliminada no processo o_2

Portanto, existe uma cadeia finita de estratégias de i , $s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{in}$ tal que, no processo o_2 : s_{i1} elimina s''_i , s_{i2} elimina s_{i1} , $\dots$, $s_{in} = s'_i$ elimina $s_{i,n-1}$

Mas então,

$$u_i(s'_i, s'_{-i}) = u_i(s_{in}, s'_{-i}) > u_i(s_{i,n-1}, s'_{-i}) > \dots > u_i(s''_i, s'_{-i}) \quad (2)$$

Mas as condições (1) e (2) levam a uma contradição, o conclui a demonstração.

2.JEIC 2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.2. Solução por Dominância

Observação

Exemplo- *Batalha dos Sexos*

		2	
		a	b
1	A	3, 2	1, 1
	B	0, 0	2, 3

Não é solúvel por dominância!

Busquemos alguma característica dos equilíbrios anteriores que pode ser replicada neste jogo

Apresentação

Capítulo 1. Introdução: Por que pensar estrategicamente?

Capítulo 2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.1. A Forma Normal

2.1.2. Solução por Dominância

2.1.3. Equilíbrio de Nash

2.2. Aplicações

2.2.1. Oligopólio de Cournot

2.2.2. Duopólio de Bertrand

2.2.3. Negociação com arbitragem

2.1.3. Equilíbrio de Nash

Exemplo- *Duopólio de Cournot com um número finito de estratégias*

			2	
		6	8	11
6		72, 72	60, 80	42, 77
8	1	80, 60	64, 64	40, 55
11		77, 42	55, 40	22, 22

Perfil (8, 8) é o único que tem essa característica de **não arrependimento**:

Nenhum jogador se arrepende de sua jogada, dada a escolha do outro jogador

Definição- *Equilíbrio de Nash*

Seja $\mathcal{J} = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$ um jogo na forma normal.

Um perfil de estratégias $s^* = (s_i^*)_{i \in N}$ é chamado um *equilíbrio de Nash (EN)* se para cada jogador $i = 1, \dots, n$, dadas as escolhas dos demais jogadores (s_{-i}^*) ,

o melhor que i pode fazer é escolher s_i^* :

$$\forall i \in N, \forall s'_i \in S_i, u_i(s^*) \geq u_i(s'_i, s_{-i}^*)$$

Observação:

Não há arrependimento após reveladas as estratégias dos demais jogadores.

Dizemos que cada jogador escolhe uma **MELHOR RESPOSTA** às estratégias dos demais jogadores.

Observação: Outras interpretações do conceito de equilíbrio de Nash:

- (i) Previsão “sugerida” que é estrategicamente estável: “Joguem assim!”
- (ii) Acordo exequível/crível
- (iii) Expectativas racionais.
- (iv) Myerson: “Why not?”

Definição- *Equilíbrio de Nash*

Seja $\mathcal{J} = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$ um jogo na forma normal.

Um perfil de estratégias $s^* = (s_i^*)_{i \in N}$ é chamado um *equilíbrio de Nash (EN)* se para cada jogador $i = 1, \dots, n$, dadas as escolhas dos demais jogadores (s_{-i}^*) ,

o melhor que i pode fazer é escolher s_i^* :

$$\forall i \in N, \forall s'_i \in S_i, u_i(s^*) \geq u_i(s'_i, s_{-i}^*)$$

Observação:

Comparação com estratégias dominantes:

$$\forall s'_i \in S_i, u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}$$

2.1.3. Equilíbrio de Nash

Exemplo- O Dilema dos Prisioneiros

		2	
		c	n
1	C	$-6, -6$	$0, -9$
	N	$-9, 0$	$-1, -1$

2.JEIC 2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.3. Equilíbrio de Nash

Exemplo- *O Jogo dos Irmãos*

		2		
		<i>tv</i>	<i>vg</i>	<i>f</i>
1	<i>TV</i>	0, 0	1, 2	1, 3
	<i>VG</i>	2, 1	2, 2	2, 3
	<i>F</i>	3, 1	3, 2	4, 4

2.JEIC 2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.3. Equilíbrio de Nash

Exemplo- Um jogo com três jogadores

$$u_i(s) = s_i - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} s_j$$

		J_2					J_2					J_2				
		0	2	4			0	2	4			0	2	4		
J_1	0	0, 0, 0	-1, 2, -1	-2, 4, -2		-1, -1, 2	-2, 1, 1	-3, 3, 0		-2, -2, 4	-3, 0, 3	-4, 2, 2				
	2	2, -1, -1	1, 1, -2	0, 3, -3		1, -2, 1	0, 0, 0	-1, 2, -1		0, -3, 3	-1, -1, 2	-2, 1, 1				
	4	4, -2, -2	3, 0, -3	2, 2, -4		3, -3, 0	2, -1, -1	1, 1, -2		2, -4, 2	1, -2, 1	0, 0, 0				
		J_3					J_3					J_3				
		0					2					4				

Exemplo- *Batalha dos Sexos*

		2	
		a	b
1	A	$3, 2$	$1, 1$
	B	$0, 0$	$2, 3$

2.JEIC 2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.3. Equilíbrio de Nash

Exemplo- *Jogo do Banana*

		2	
		d	m
1	D	0, 0	10, 50
	M	50, 10	-100, -100

Chicken, Hawk-Dove

2.JEIC 2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.3. Equilíbrio de Nash

Relação entre solução por dominância e equilíbrio de Nash:

Proposição 1:

Suponha que cada jogador i num jogo $\mathcal{J} = (n; S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n)$ possui uma estratégia estritamente dominante s_i .

Então $s = (s_i)_{i=1, \dots, n}$ é o único equilíbrio de Nash do jogo.

Resolução:

Mostremos em primeiro lugar que s é um equilíbrio de Nash.

Suponha, por contradição, que s não é um equilíbrio de Nash.

Então, existem um jogador i e uma estratégia $s'_i \in S_i$ disponível para o jogador i , tais que:

$$u_i(s'_i, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i}) \quad (i)$$

Mas então, necessariamente, $s'_i \neq s_i$.

Como s_i é uma estratégia estritamente dominante,

$$u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i}) \quad (ii)$$

Mas (i) e (ii) são incompatíveis (contradição).

Portanto, s é um equilíbrio de Nash do jogo.

2.JEIC 2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.3. Equilíbrio de Nash

Relação entre solução por dominância e equilíbrio de Nash:

Proposição 1: Suponha que cada jogador i num jogo $\mathcal{J} = (n; S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n)$ possui uma estratégia estritamente dominante s_i .

Então $s = (s_i)_{i=1, \dots, n}$ é o único equilíbrio de Nash do jogo.

Resolução:

Mostremos em primeiro lugar que s é um equilíbrio de Nash. OK

Mostremos agora que não existe outro equilíbrio de Nash nesse jogo.

Suponha, por contradição, que existe um EN do jogo $s' = (s'_i)_{i=1, \dots, n}$ distinto de s .

Então existem um jogador i e uma estratégia $s'_i \in S_i$, disponível para o jogador i , $s'_i \neq s_i$, tais que:

$$u_i(s'_i, s'_{-i}) \geq u_i(s_i, s'_{-i}) \quad (\text{i})$$

No entanto, como s_i é uma estratégia estritamente dominante do jogador i ,

$$u_i(s_i, s'_{-i}) > u_i(s'_i, s'_{-i}) \quad (\text{ii})$$

Novamente, as condições (i) e (ii) levam a uma contradição, o que garante a unicidade do equilíbrio de Nash s .

Relação entre solução por dominância e equilíbrio de Nash:

Proposição 2:

Seja $\mathcal{J} = (n; S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n)$ um jogo na forma normal em que cada jogador possui um número finito de estratégias, ou seja, S_i é um conjunto finito para todo $i = 1, \dots, n$. Suponha que o processo de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas (*EIED*) leva a uma solução $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$.

Então, s^* é o único equilíbrio de Nash do jogo.

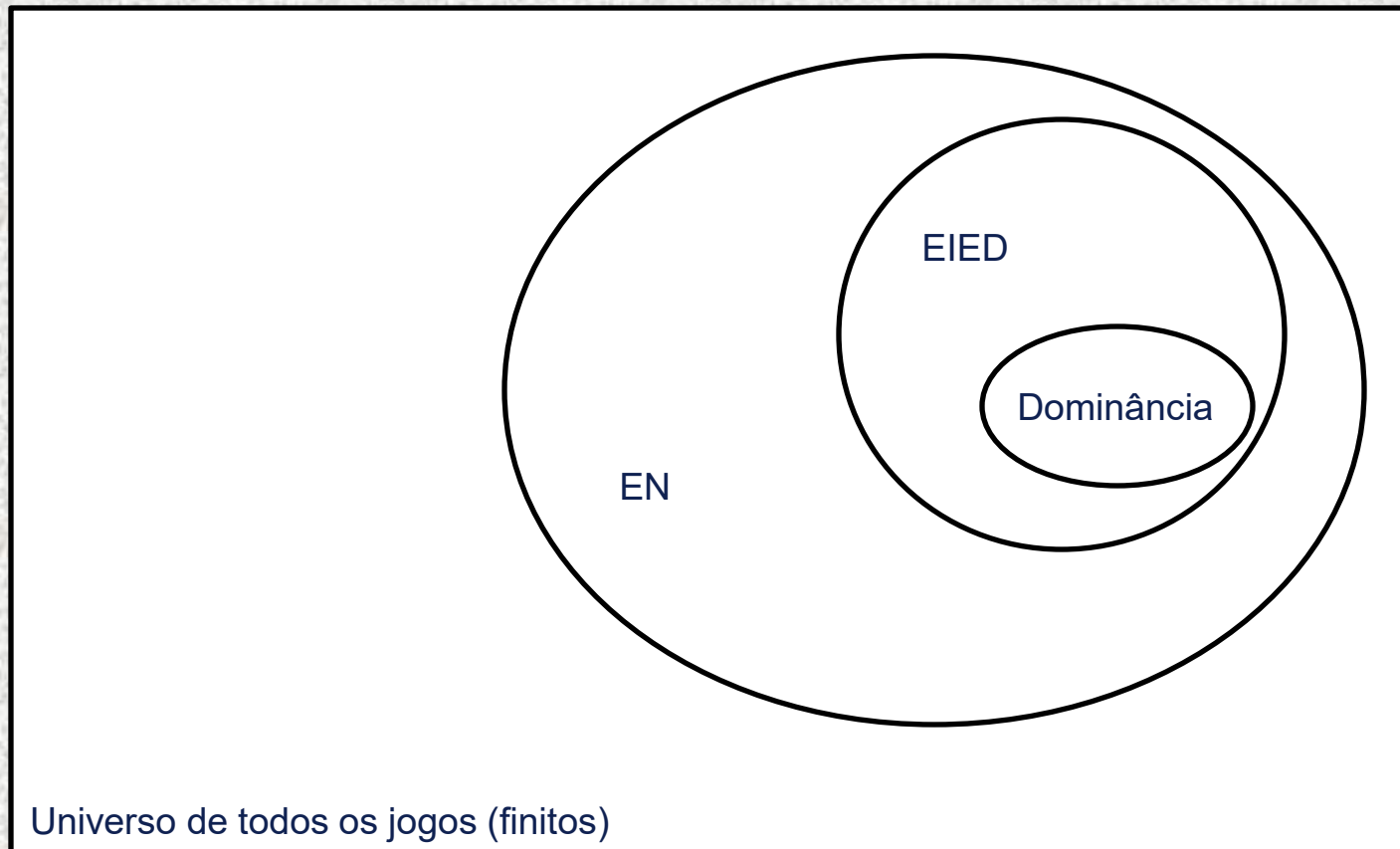
Resolução:

Exercício. (Desafio)

2.JEIC 2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.3. Equilíbrio de Nash

Diagrama de Venn II



Observação: Seleção de equilíbrio

Batalha dos Sexos

		M	
		a	b
H	A	3, 2	1, 1
	B	0, 0	2, 3

Schelling (Nobel, 2005): A ideia de *ponto focal*.

- Sociedade machista
- Focal arbitrator

Apresentação

Capítulo 1. Introdução: Por que pensar estrategicamente?

Capítulo 2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.1. A Forma Normal

2.1.2. Solução por Dominância

2.1.3. Equilíbrio de Nash

2.2. Aplicações

2.2.1. Oligopólio de Cournot

2.2.2. Duopólio de Bertrand

2.2.3. Negociação com arbitragem

2.2.1. Oligopólio de Cournot

$$\mathcal{J} = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$$

$N = \{1, 2, \dots, n\}$: oligopolistas

Escolhem simultaneamente quanto cada um produzirá:

$x_i \geq 0$: produção escolhida pelo jogador i .

Demanda inversa:

$$\text{Produção total } X = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$P = A - X \quad \text{se} \quad X \leq A$$

$$P = 0 \quad \text{se} \quad X > A$$

Estratégias:

$$S_i = [0, A], i = 1, \dots, n$$

2.2.1. Oligopólio de Cournot

$$\mathcal{J} = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$$

$N = \{1, 2, \dots, n\}$: oligopolistas

Demanda inversa:

$$\text{Produção total } X = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$P = A - X \quad \text{se} \quad X \leq A$$

$$P = 0 \quad \text{se} \quad X > A$$

Estratégias:

$$S_i = [0, A], i = 1, \dots, n$$

Custo de produção:

$$c_i(x_i) = cx_i$$

Payoffs:

Perfil de estratégias: $x = (x_1, \dots, x_n)$

$$u_i(x) = (A - X)x_i - cx_i$$

$$u_i(x) = ((A - c) - X)x_i, i = 1, \dots, n$$

2.2.1. Oligopólio de Cournot

$$u_i(x) = ((A - c) - X)x_i$$

$$u_i(x) = ((A - c) - (x_1 + \dots + x_n))x_i$$

$$u_i(x) = \left((A - c) - \sum_{j \neq i} x_j \right) x_i - x_i^2$$

Melhor resposta de i a x_{-i} ?

x_i que maximiza: $u_i(x_i, x_{-i})$

Calcular: $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$:

$$(A - c) - \sum_{j \neq i} x_j - 2x_i = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

2.2.1. Oligopólio de Cournot

Melhor resposta mútua:

$$(A - c) - \sum_{j \neq i} x_j - 2x_i = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = A - c \\ x_1 + 2x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = A - c \\ \vdots \\ x_1 + x_2 + \dots + 2x_{n-1} + x_n = A - c \\ x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + 2x_n = A - c \end{array} \right.$$

Tentemos: $x_1 = x_2 = \dots = x_n = \bar{x}$:

$$(n + 1)\bar{x} = A - c$$

$$\bar{x} = \frac{A - c}{n + 1}$$

2.2.1. Oligopólio de Cournot

Equilíbrio de Nash:

$$\text{Tentemos: } x_1 = x_2 = \dots = x_n = \bar{x} = \frac{A-c}{n+1}$$

Produção total:

$$X = \frac{n}{n+1}(A-c)$$

Preço de equilíbrio:

$$P = A - X = \frac{1}{n+1}A + \frac{n}{n+1}c = \frac{1}{n+1}(A-c) + c$$

Payoffs do jogador i :

$$\begin{aligned} u_i(x) &= ((A-c) - X)x_i \\ u_i(x) &= \frac{1}{n+1}(A-c) \cdot \frac{A-c}{n+1} \\ &= \left[\frac{A-c}{n+1} \right]^2 \\ &= x_i^2 \end{aligned}$$

2.2.1. Oligopólio de Cournot

Equilíbrio de Nash:

$$x_i = \frac{A-c}{n+1}; \quad X = \frac{n}{n+1}(A-c); \quad P = \frac{1}{n+1}(A-c) + c; \quad u_i(x) = x_i^2$$

Nosso exemplo: $n = 2, A = 30, c = 6$.

$$x_1 = x_2 =$$

$$\frac{24}{3} = 8$$

$$u_1(8,8) = u_2(8,8) = \\ 8^2 = 64$$

Observação: se monopólio?

$$n = 1, x_1 = \frac{A-c}{2}, u_i(x) = x_i^2$$

Verifique que essa é realmente a solução do monopólio!

2.2.1. Oligopólio de Cournot

Equilíbrio de Nash: $x_i = \frac{A-c}{n+1}$; $X = \frac{n}{n+1}(A-c)$; $P = \frac{1}{n+1}(A-c) + c$; $u_i(x) = x_i^2$

Observação: Alterando n :

$$X(n) = \frac{n}{n+1}(A-c); \quad P(n) = \frac{1}{n+1}(A-c) + c$$

$X(n)$?

$X(n)$ é uma sequência estritamente crescente convergente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} X(n) = A - c$$

$P(n)$?

Como $A \gg c$, $P(n)$ é uma sequência estritamente decrescente convergente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(n) = c$$

Que é o custo marginal de produção, i.e., concorrência perfeita!

Apresentação

Capítulo 1. Introdução: Por que pensar estrategicamente?

Capítulo 2. Jogos estáticos com informação completa

2.1. A Forma Normal e o Conceito de Equilíbrio de Nash

2.1.1. A Forma Normal

2.1.2. Solução por Dominância

2.1.3. Equilíbrio de Nash

2.2. Aplicações

2.2.1. Oligopólio de Cournot

2.2.2. Duopólio de Bertrand

2.2.3. Negociação com arbitragem

2.3. Estratégias mistas e existência de Equilíbrio de Nash

2.3.1. Estratégias mistas: Definição e exemplos

2.3.2. Existência de Equilíbrio de Nash

Exemplo 2: Duopólio de Bertrand

$N = \{1,2\}$: duopolistas

Competição via ANÚNCIO DE PREÇOS

Demanda

$$X = 30 - P \quad \text{se} \quad P \leq 30$$

$$X = 0 \quad \text{se} \quad P > 30$$

Custo de produção:

$$c_i(x_i) = 6x_i$$

Mas estratégias distintas:

Anunciam simultaneamente o preço que vão cobrar: $p_i, i = 1, 2$.

Reação do mercado:

Compram de quem oferecer o menor preço, se o mesmo, dividem o mercado

Exemplo 2: Duopólio de Bertrand $\mathcal{J} = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$

$N = \{1, 2\}$: duopolistas

Competição via ANÚNCIO DE PREÇOS

Demanda: $X = 30 - P$

Custo de produção: $c_i(x_i) = 6x_i$

Estratégias: $S_i = [0, +\infty), i = 1, 2$

Utilidades:

$$u_1(p_1, p_2) = \begin{cases} (30 - p_1)p_1 - 6(30 - p_1) = (30 - p_1)(p_1 - 6) & \text{se } p_1 < p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 \geq p_2 \end{cases}$$

Exemplo 2: Duopólio de Bertrand $\mathcal{J} = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$

$N = \{1, 2\}$: duopolistas

Competição via ANÚNCIO DE PREÇOS

Demanda: $X = 30 - P$

Custo de produção: $c_i(x_i) = 6x_i$

Estratégias: $S_i = [0, +\infty), i = 1, 2$

Utilidades:

$$u_1(p_1, p_2) = \begin{cases} (30 - p_1)p_1 - 6(30 - p_1) = (30 - p_1)(p_1 - 6) & \text{se } p_1 < p_2 \\ \frac{30 - p_1}{2}(p_1 - 6) & \text{se } p_1 = p_2 \end{cases}$$

Exemplo 2: Duopólio de Bertrand $\mathcal{J} = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$

$N = \{1, 2\}$: duopolistas

Competição via ANÚNCIO DE PREÇOS

Demanda: $X = 30 - P$

Custo de produção: $c_i(x_i) = 6x_i$

Estratégias: $S_i = [0, +\infty), i = 1, 2$

Utilidades:

$$u_1(p_1, p_2) = \begin{cases} (30 - p_1)p_1 - 6(30 - p_1) = (30 - p_1)(p_1 - 6) & \text{se } p_1 < p_2 \\ \frac{30 - p_1}{2}(p_1 - 6) & \text{se } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 > p_2 \end{cases}$$

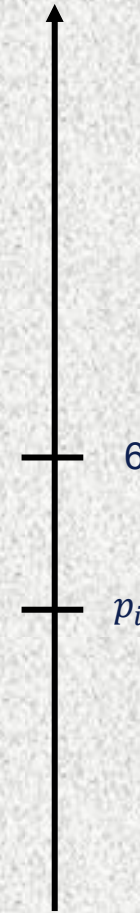
$$u_2(p_1, p_2) = \begin{cases} (30 - p_2)(p_2 - 6) & \text{se } p_1 > p_2 \\ \frac{30 - p_2}{2}(p_2 - 6) & \text{se } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 < p_2 \end{cases}$$

Exemplo 2: Duopólio de Bertrand

Derivar???

Analisar casos!

Caso 1: $p_1 < 6 \vee p_2 < 6$?



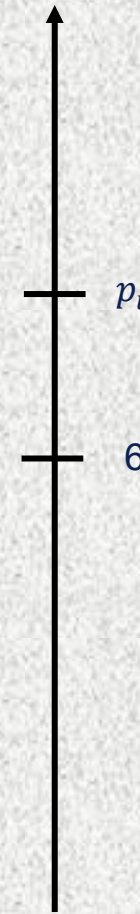
Exemplo 2: Duopólio de Bertrand

Derivar???

Analisar casos!

Caso 1: $p_1 < 6 \vee p_2 < 6$?

Caso 2: $p_1 > 6 \vee p_2 > 6$?



Exemplo 2: Duopólio de Bertrand

Derivar???

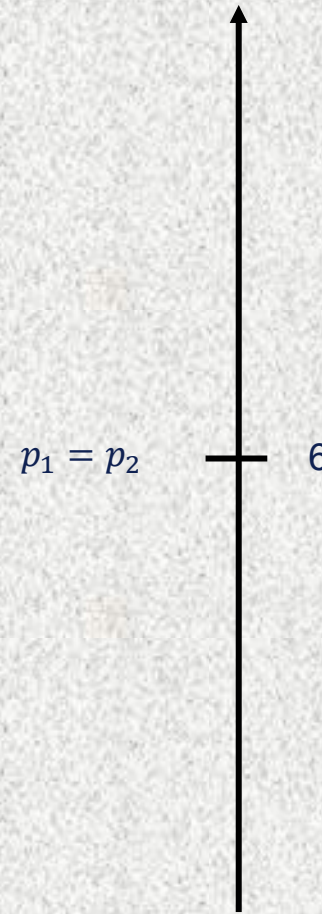
Analisar casos!

Caso 1: $p_1 < 6 \vee p_2 < 6$?

Caso 2: $p_1 > 6 \vee p_2 > 6$?

Caso 3: $p_1 = 6 \wedge p_2 = 6$?

Único equilíbrio de Nash: $p_1 = p_2 = 6$



Exemplo 2: Duopólio de Bertrand $\mathcal{J} = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$

$$u_1(p_1, p_2) = \begin{cases} (30 - p_1)p_1 - 6(30 - p_1) = (30 - p_1)(p_1 - 6) & \text{se } p_1 < p_2 \\ \frac{30 - p_1}{2}(p_1 - 6) & \text{se } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 > p_2 \end{cases}$$

$$u_2(p_1, p_2) = \begin{cases} (30 - p_2)(p_2 - 6) & \text{se } p_1 > p_2 \\ \frac{30 - p_2}{2}(p_2 - 6) & \text{se } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 < p_2 \end{cases}$$

Único equilíbrio de Nash: $p_1 = p_2 = 6$

Condição de equilíbrio competitivo!! Preço=custo marginal

Payoffs: $u_1(6,6) = 0 = u_2(6,6)$

Exemplo 2: Duopólio de Bertrand

Comparação entre os dois tipos de competição (Cournot & Bertrand):

Situação estratégica?

Consumidores?

Relação com o comércio eletrônico?