

TEORIA DOS JOGOS

PROFESSOR MAURÍCIO SOARES BUGARIN ECO/UNB

mauricio.s.bugarin@gmail.com www.bugarinmauricio.com

6ª Lista de Exercícios – Equilíbrios de Nash em JDII

Objetivos: Treinar o uso de diferentes metodologias de busca de equilíbrios em JDII

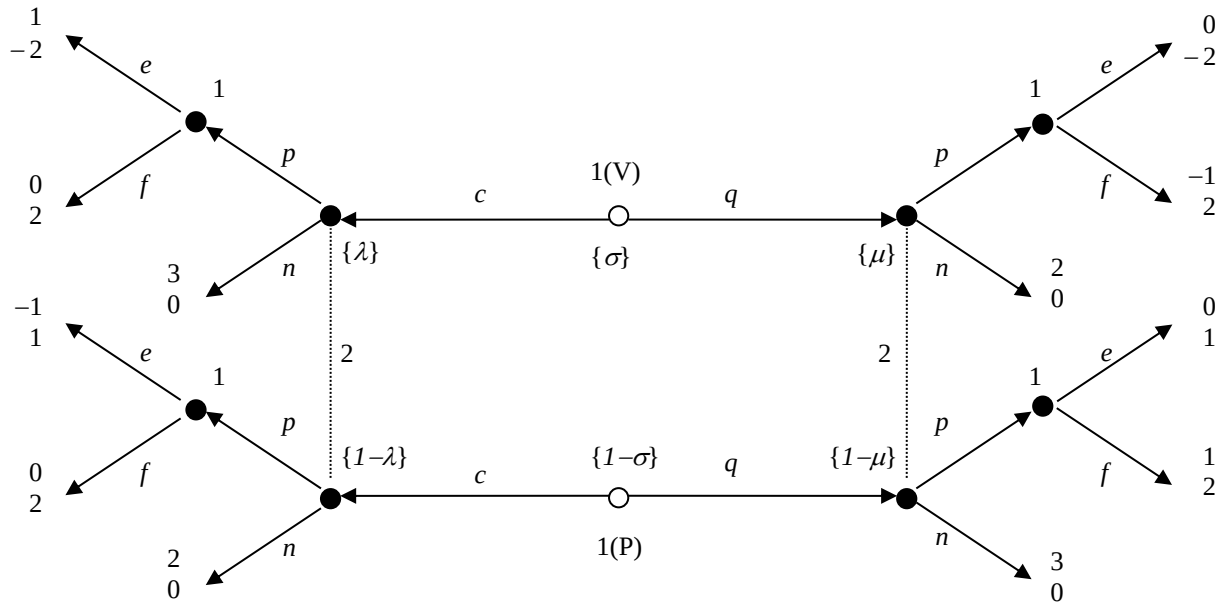
Exercício 6.1-Duas firmas 1 e 2 que produzem um mesmo bem, cuja demanda inversa é dada pela equação: $p=26-X$, onde X é a quantidade total produzida e p é o preço de mercado correspondente. A firma 1 –chamada de *líder*– tem a possibilidade de escolher de forma irreversível a quantidade que irá produzir e anunciá-la antes que a firma 2 tome sua decisão. Assim, quando a firma 2 –chamada de *seguidora*– vier a decidir quanto produzir, já sabe qual será a produção de 1. Cada firma pode produzir qualquer quantidade entre 0 e 26 unidades. A líder dispõe de uma tecnologia padrão, produzindo x unidades do bem ao custo total $c_1(x)=8x$. A seguidora pode ou não ter desenvolvido uma tecnologia mais avançada. Com probabilidade $\frac{3}{4}$ a seguidora possui a mesma tecnologia que a líder: $c_{21}(x)=8x$; no entanto, com probabilidade $\frac{1}{4}$ a firma desenvolveu possui a tecnologia mais avançada $c_{22}(x)=2x$. Trata-se, pois, de um duopólio de Stackelberg com informação incompleta.

- (i) Construa uma forma extensiva para esse jogo.
- (ii) Encontre seu equilíbrio bayesiano perfeito e compare com o resultado obtido no jogo de Cournot correspondente.
- (iii) Suponha agora que a líder possui a tecnologia mais avançada, enquanto a seguidora consegue desenvolver essa tecnologia com probabilidade $\frac{1}{4}$ como antes. Resolva este novo jogo e compare as soluções obtidas.

Exercício 6.2. – Considere a seguinte variação do jogo “Beer-Quiche”, em que $\sigma=3/4$.

A interpretação desse jogo é a seguinte. Os dois tipos do jogador 1 são simétricos no sentido de que cada um dos tipos deriva uma unidade de utilidade quando consome seu alimento preferido, e cada um deriva duas unidades de utilidade caso não seja provocado

pelo jogador 2. Além disso, caso seja provocado, o jogador 1 tem a opção de fugir (f) ou enfrentar o jogador 2. O jogador 1 do tipo valente perde uma unidade de utilidade se fugir, enquanto o jogador 1 do tipo pacato perde uma unidade de utilidade se enfrentar 2.

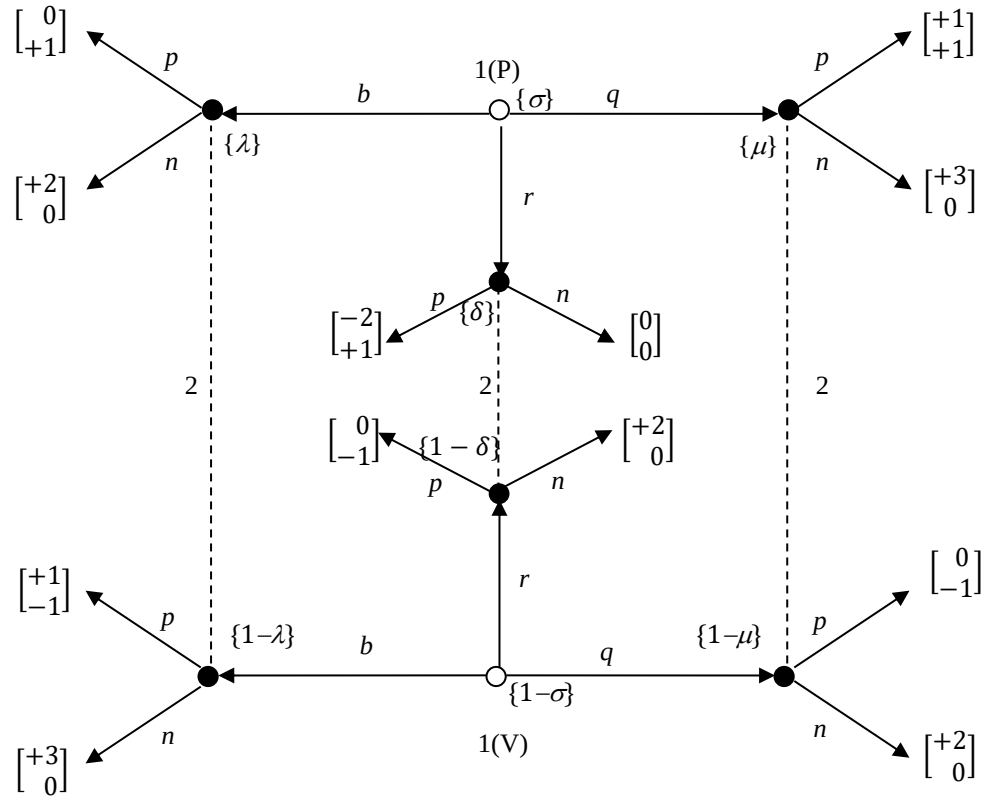


- (i) Usando o critério de perfeição em subjogos, determine o que o jogador 1 fará cada vez que for provocado.
- (ii) Prove que não existe equilíbrio bayesiano perfeito separador.
- (iii) Construa e discuta os dois equilíbrios bayesianos perfeitos agregadores.

Exercício 6.3 – Considere a seguinte variação do jogo “Beer-Quiche”. Existem dois jogadores; o jogador 1 ganha 2 unidades de utilidade se evitar briga, e pode ser de dois tipos. O tipo “Valente” gosta de fumar um bom cigarro, o que lhe dá um benefício de 1 unidade de utilidade, não tem nenhum benefício em comer quiche, nem tampouco em fumar um cigarro de má qualidade. O tipo “Pacato” gosta de comer quiche, o que lhe dá 1 unidade de utilidade, não ganha qualquer utilidade se fumar um cigarro de boa qualidade e perde 2 unidades de utilidade se fumar um cigarro ruim. Essas são as três escolhas possíveis para o jogador 1. O jogador 2 observa a jogada de 1 e decide se o provoca ou não. Se não provocar, não ganha nem perde utilidade. Se provocar um jogador 1 valente tem utilidade negativa de -1 e se provocar um 1 pacato tem utilidade positiva de $+1$. O

jogador 2 não observa o tipo de 1, mas sua expectativa é de que o jogador 1 seja do tipo pacato (P) com probabilidade $\sigma > \frac{1}{2}$.

A forma extensiva do jogo é:



- Mostre que não existe equilíbrio agregador nesse jogo.
- Mostre que não existe equilíbrio separador em que 1 valente fuma um bom cigarro e 1 pacato come quiche.
- Mostre que no único equilíbrio separador desse jogo 1 valente fuma um cigarro ruim, o que representa uma perda em termos de custo de oportunidade: 1 valente deixa de consumir o cigarro que gosta para evitar ser provocado por 2. Trata-se do custo da sinalização.
- O que faria 2 nesse equilíbrio caso 1 fumasse o cigarro bom?