

TEORIA DOS JOGOS
 PROFESSOR MAURÍCIO SOARES BUGARIN
 Eco/UnB
mauricio.s.bugarin@gmail.com
www.bugarinmauricio.com

3ª Lista de Exercícios – Equilíbrios de Nash em estratégias mistas

Objetivos: Exercitar o cálculo de EN e do uso estratégias mistas

Exercício 3.1- Determinar todos os EN (inclusive ENM) desse jogo.

		2			
		<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
1	A	9, 4	4, 2	3, 3	6, 9
	B	6, 1	2, 2	4, 3	5, 2
	C	3, 3	5, 7	1, 5	9, 4

Exercício 3.2- Considere o jogo do duopólio de Bertrand, com a diferença de que as firmas têm custos de produção diferenciados, dados por $c_1(x_1)=6x_1$ e $c_2(x_2)=4x_2$. Determine o equilíbrio de Nash do jogo quando os possíveis preços forem considerados variáveis contínuas.

Exercício 3.3- Considere o jogo a seguir.

		2		
		<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₂	<i>t</i> ₃
1	<i>s</i> ₁	14, 12	18, 6	20, 12
	<i>s</i> ₂	15, 2	20, 2	16, 1

Mostre, por meio desse jogo (contraexemplo), que o processo de eliminação iterativa de estratégias fracamente dominadas (em que pode-se eliminar uma estratégia se ela for fracamente dominada) pode levar a resultados diferentes dependendo da ordem de eliminação escolhida.

Exercício 3.4- Seja $M = [a_{ij}, b_{ij}]_{\substack{i=1,\dots,n \\ j=1,\dots,m}}$ uma bimatrix que representa um jogo entre dois jogadores

em que o jogador 1 possui n estratégias e o jogador 2 possui m estratégias.

(i) Mostre que se (a_{kl}, b_{kl}) for o payoff associado a um equilíbrio de Nash do jogo em que $k \in \{1, \dots, n\}$, $l \in \{1, \dots, m\}$, então a_{kl} é o maior (primeiro) número real na l -ésima coluna e b_{kl} é o maior (segundo) número real na k -ésima linha. Ou seja, $a_{kl} = \max_{i=1,\dots,n} a_{il}$, $b_{kl} = \max_{j=1,\dots,m} b_{kj}$. Esses máximos são necessariamente únicos?

(ii) Suponha que $a_{kl} = \max_{i=1,\dots,n} a_{il}$. Prove que a estratégia k do jogador 1 não pode ser dominada por nenhuma outra estratégia desse jogador, pura ou mista.

(iii) Suponha que $b_{kl} = \max_{j=1,\dots,m} b_{kj}$. Prove que a estratégia l do jogador 2 não pode ser dominada por nenhuma outra estratégia desse jogador, pura ou mista.

(iv) Mostre, por meio de um contraexemplo, que é possível que $a_{kl} = \max_{i=1,\dots,n} a_{il}$ e, mesmo assim, a estratégia k do jogador 1 não faça parte de nenhum equilíbrio de Nash desse jogo.