

LIÇÕES DE TEORIA DOS JOGOS

Marilda Antônia de Oliveira Sotomayor

e

Maurício Soares Bugarin

São Paulo, maio de 2007

**Direitos autorais reservados.
Qualquer forma de reprodução é expressamente proibida.**

©Marilda Sotomayor e Maurício Bugarin, 2007

CAPÍTULO 3

JOGOS: CONCEITOS BÁSICOS

Objetivos: Apresentar as características e as diferentes classificações de jogos, bem como as estruturas de modelagem. Discutir o conceito de solução e apresentar algumas das principais críticas à teoria.

3.1-INTRODUÇÃO

O capítulo anterior mostrou a importância de se analisar o comportamento estratégico em situações em que o resultado de uma interação envolvendo muitos agentes depende das decisões de cada um deles. Neste capítulo inicia-se a análise formal de situações estratégicas por meio da teoria dos jogos, apresentando-se seus elementos básicos.

3.2-CARACTERÍSTICAS DE UM JOGO

Um jogo é um processo decisório com as seguintes características básicas:

- (i) **Múltiplos agentes.** Pelo menos dois agentes participam do processo, o que diferencia a teoria dos jogos da teoria da decisão.
- (ii) **Decisões.** Os jogadores tomam decisões que geram um resultado para cada um dos participantes.
- (iii) **Interdependência dos resultados.** O resultado do jogo depende das decisões tomadas por todos os agentes, de forma que, em geral, a mesma decisão de um agente pode gerar resultados totalmente distintos dependendo das decisões dos outros agentes.

Duas hipóteses fundamentais permeiam toda a análise do comportamento estratégico:

(iv) Racionalidade. Os agentes são racionais, de forma que cada agente tomará as suas decisões visando obter o melhor resultado do jogo possível para si mesmo. Trata-se de uma hipótese comum a toda a teoria econômica, mas cujas consequências assumem formas bem específicas quando se procura determinar os resultados de uma interação estratégica em teoria dos jogos.

(v) Conhecimento comum. A estrutura do jogo é de conhecimento comum de todos os agentes envolvidos. Assim, todos os jogadores conhecem perfeitamente as regras do jogo e os resultados que podem ser obtidos a partir das decisões tomadas. Observe que se trata do conhecimento da estrutura básica do jogo, o que não impede a existência de informação assimétrica ou incompleta, como será visto mais à frente.

As características acima definidas serão usadas na construção de um jogo enquanto as hipóteses apresentadas serão importantes quando se tentará prever o resultado desse jogo.

3.3-CLASSIFICAÇÕES DE JOGOS

A teoria dos jogos se aplica a uma gama extremamente ampla de situações. Dependendo de cada situação, e em particular de que questões se busca responder com a modelagem, usa-se uma forma específica de jogo. Em linhas gerais essas formas específicas podem ser classificadas numa das categorias abaixo.

(i) Quanto à cooperação: Jogos cooperativos & jogos não cooperativos.

Os jogos cooperativos admitem a possibilidade de que os jogadores possam formar coalizões e tomar decisões conjuntas de forma coordenada. Nesse caso os jogadores de uma coalizão se comprometem a agir de acordo com a decisão tomada pela própria coalizão e cada coalizão funciona basicamente como um agente.

Nos jogos não-cooperativos a unidade básica de análise é o indivíduo e considera-se que não se podem fazer acordos em coalizões que sejam imponíveis a seus membros.

(ii) Quanto à dinâmica: Jogos estáticos & jogos dinâmicos.

Nos jogos estáticos, cada agente toma sua decisão uma única vez. Todos os agentes tomam suas decisões ao mesmo tempo e um agente não observa as decisões que estão sendo tomadas pelos outros agentes. Após as tomadas de decisões simultâneas, o resultado do jogo é realizado e este se encerra. Uma denominação alternativa usada para essa categoria é de jogos simultâneos.

Nos jogos dinâmicos existe uma seqüência entre as tomadas de decisões dos agentes. Um agente pode vir a jogar apenas após ter observado a decisão de outros agentes e um agente que já tomou uma decisão anteriormente pode vir a tomar novas decisões ao longo do jogo. Uma denominação alternativa usada para essa categoria é de jogos seqüenciais.

(iv) Quanto à informação: completa & incompleta.

Num jogo de informação completa, um agente dispõe de todas as informações relevantes sobre as características dos outros agentes. Em particular sabe o valor que cada um dos outros jogadores atribui a cada um dos possíveis resultados do jogo.

Por outro lado, num jogo com informação incompleta um agente pode não saber exatamente quais são as preferências dos outros agentes sobre os possíveis resultados do jogo. Nesse último caso pode ser que um agente conheça somente uma distribuição de probabilidades sobre as diferentes preferências dos outros agentes sobre os resultados.

(v) Quanto à informação: perfeita & imperfeita.

Esta classificação se aplica exclusivamente aos jogos dinâmicos e diz respeito à informação à disposição de um agente, no momento de tomar uma decisão, sobre o que ocorreu anteriormente. Essa informação diz respeito essencialmente a dois tipos de eventos: as decisões (jogadas) tomadas por outros agentes anteriormente e eventos aleatórios que se realizam ao longo do jogo.

Num jogo de informação completa, no momento em que irá tomar uma decisão, um agente conhece todas as decisões tomadas até esse momento. Ademais, se algum

fenômeno aleatório teve sua realização antes dessa decisão, o agente também está a par dessa realização. Por outro lado, num jogo de informação imperfeita, no momento em que irá tomar uma decisão, um agente pode não estar informado de decisões tomadas anteriormente à sua ou pode não estar informado do resultado de um fenômeno aleatório já realizado.

(vi) Quanto ao horizonte temporal: finitos & infinitos.

Os jogos finitos são aqueles que terminam em um número estabelecido (finito) de etapas. Todos os jogos estáticos são finitos pois terminam em uma única etapa. Já os jogos dinâmicos podem ser finitos, encerrando-se em um número dado de etapas, ou infinitos, podendo prolongar-se indefinidamente. Esses últimos jogos são tipicamente usados quando o agente tem horizonte ilimitado, como uma empresa, por exemplo.

(vii) Quanto à dimensão: discretos & contínuos.

Os jogos discretos não aqueles em que o conjunto de jogadores é finito e cada jogador dispõe de um número finito de possíveis escolhas no momento de tomar suas decisões. Por outro lado, o conjunto de decisões possíveis para um jogador pode ser um conjunto denso, como uma firma decidindo que preço cobrar por seus produtos ou que quantidade produzir. Nesse caso trata-se de um jogo contínuo. Existe ainda a possibilidade do jogo envolver um conjunto denso de agentes, como no caso em que os agentes são identificados aos pontos do intervalo real $[0,1]$; trata-se então de um jogo com um contínuo de agentes.

Claramente, as classificações acima não são exclusivas e sim, geralmente, mutuamente compatíveis. Assim, existem jogos cooperativos e não cooperativos estáticos e dinâmicos, com informação completa e incompleta, perfeita e imperfeita. Todas essas categorias serão estudadas ao longo deste livro.

3.4-MODELOS FORMAIS

A teoria dos jogos vem desenvolvendo, no decorrer de sua história, diversos modelos formais para lidar com os variados problemas estratégicos que se apresentam.

Em termos gerais podem se destacar os seguintes modelos.

(i) Jogos na forma coalizional.

A forma coalizional é usada para a modelagem de jogos cooperativos. Nessa abordagem o jogo é descrito por uma função que associa a cada grupo de agentes (coalizão) um resultado que essa coalizão pode garantir para si mesma independentemente das decisões dos demais agentes fora da coalizão.

(ii) Jogos na forma normal ou estratégica.

Trata-se da forma mais adequada para se representar um jogo estático. Nessa abordagem o jogo é descrito por uma função que associa a cada perfil de decisões (uma decisão para cada agente) um perfil de resultados (um resultado para cada um dos agentes envolvidos quando as decisões simultâneas tomadas são aquelas descritas pelo perfil de decisões).

(iii) Jogos na forma extensiva.

A forma extensiva é apropriada para jogos dinâmicos. Nessa forma o jogo é descrito por pontos (nós de decisão dos agentes) e arestas direcionadas partindo desses pontos (possíveis decisões a serem tomadas pelo agente naquele nó de decisão). A modelagem faz uso da teoria dos grafos para construir uma árvore de jogo em que o nó inicial corresponde à primeira decisão do jogo enquanto as “folhas” correspondem ao término do jogo.

(iv) Formas híbridas.

Existe ainda uma estrutura que possui ao mesmo tempo aspectos de uma forma normal e de uma forma extensiva, que é usada para modelar jogos que geram um resultado a cada período mas que se prolongam no tempo. Nesse caso há uma árvore de jogo mas cada nó de decisão corresponde a um jogo completo, com seus resultados, jogado nesse momento. Nesses jogos dinâmicos, os agentes se encontram uma vez, jogam e obtêm as consequências de suas decisões (forma normal). Em seguida os agentes se encontram novamente, tomam novas decisões e derivam os resultados das mesmas e assim sucessivamente até o final do jogo.

3.5-MODELAGEM E SOLUÇÕES

Um estudo em teoria dos jogos possui dois grandes momentos. No primeiro momento tenta-se descrever da forma mais sucinta e completa possível a situação estratégica a ser estudada, por meio dos modelos formais acima descritos. Trata-se da fase de **modelagem**, o momento de se traduzir uma situação real observada na linguagem da lógica formal, que é fundamental para o sucesso do trabalho. De fato, se a modelagem for mal feita pode deixar de fora algum aspecto estratégico essencial do problema, o que pode tornar a análise seguinte de pouquíssimo interesse para a situação real que originou o estudo, ou mesmo gerar resultados totalmente inverossímeis. Por outro lado, se incorporar muitos elementos desnecessários para o problema que se quer estudar, pode-se tornar o modelo exageradamente complexo e de difícil análise.

No segundo momento parte-se do modelo formal construído e tenta-se prever como os agentes (jogadores) tomarão suas decisões, de forma a antecipar o resultado da situação estratégica considerada. Trata-se, na linguagem de Kreps (1990), de descobrir a maneira “natural” ou “óbvia” de se jogar o jogo, aquela que será escolhida por agentes racionais. A busca da forma óbvia de se jogar é a procura pela **solução** do jogo. Em alguns jogos muito simples é imediato se prever como os jogadores se comportarão, levando-se em conta aspectos triviais de racionalidade. Em outros jogos, mais complexos, será necessário explorar de forma bem mais cuidadosa como o conceito de racionalidade se traduz no processo de análise dos jogadores. Nesses casos, o conceito de solução pode assumir uma forma extremamente sofisticada, como é comum ocorrer nos jogos dinâmicos com informação imperfeita e incompleta. Determinar qual é o conceito mais adequado de solução de um jogo específico é a tarefa mais delicada desse segundo momento.

Observe que neste último aspecto a teoria dos jogos se distancia de outras teorias clássicas em economia, ou em outras ciências, em que existe uma regra estabelecida que é invariavelmente aplicada a todas as situações. Em teoria dos jogos também existe uma regra básica, a racionalidade dos agentes, mas a tradução desse conceito varia fortemente —apesar de consistentemente— dependendo da situação estratégica considerada.

Nesta altura é importante chamar a atenção daqueles que começam a se interessar por teoria dos jogos sobre um erro bastante comum entre pesquisadores que usam essa teoria sem conhecê-la com maior profundidade, qual seja o risco de não

separar adequadamente os dois momentos acima descritos. Nessas situações, não é incomum o modelador incluir conceitos de solução na etapa de construção do modelo, introduzindo limitações nas possíveis decisões dos agentes que, de fato, não existem. Então o modelador obtém uma solução trivial para um problema que, pela forma em que foi modelado, restringe erroneamente as escolhas dos agentes, quando, de fato, existem outras soluções muito mais “naturais” quando o jogo é construído adequadamente.

3.6-CRÍTICAS À TEORIA

A teoria dos jogos é um instrumento extremamente abrangente e poderoso para descrição e análise de fenômenos econômicos e sociais em geral. Ela tem sido aplicada nos mais variados contextos, desde a decisão de conluio entre empresas oligopolistas até a evolução de espécies animais. Entretanto, como toda teoria empírica, está sujeita a múltiplas contestações. Nesta seção serão apresentadas e discutidas algumas das principais críticas à teoria.

(i) Exagerado nível de simplificação.

Com o intuito de obter resultados específicos, alguns modelos em teoria dos jogos lançam mão de hipóteses extremamente simplistas sobre a realidade que se está querendo analisar. Com isso o modelo perde parte de sua capacidade de explicar essa realidade.

Duas respostas podem ser dadas a esse tipo de inquietação. A primeira é um argumento geral: todo modelo é, por definição, uma abstração, uma simplificação da realidade. De fato, é justamente por ser uma tal simplificação que um modelo é útil. Considere o exemplo típico do mapa de uma cidade (vide Baumol e Blinder, 1994): um mapa que descreve perfeitamente a cidade tem o tamanho da própria cidade e é completamente inútil para alguém que queira usá-lo para se locomover. Assim, para ser útil o mapa deve lançar mão de muitas simplificações. Por outro lado, um mapa demasiadamente abstrato pode ser tão inútil quanto o mapa completo, como ilustra a representação abaixo da cidade de Brasília. O exemplo acima sugere uma segunda resposta à crítica: o nível de abstração usado numa modelagem é de fato um sinal da

qualidade do modelador e espera-se que um trabalho bem elaborado possa preservar os elementos fundamentais da situação real estudada.

(ii) Sofisticação do conceito de racionalidade.

Como foi indicado anteriormente, o princípio de racionalidade dos agentes ocupa um papel fundamental não somente na teoria dos jogos mas na teoria econômica moderna em geral. No caso particular dos jogos, esse princípio algumas vezes se traduz em cálculos extremamente complexos no momento em que um agente deve tomar sua decisão, o que poderia ser incompatível com o comportamento real dos agentes. Novamente, existem várias respostas a esse questionamento. A primeira segue o argumento de Robert Aumann (vide prefácio em Roth e Sotomayor, 1992) segundo o qual, quando estão em jogo resultados verdadeiramente importantes para um agente, ele usará toda sua inteligência para tentar garantir o melhor resultado possível. Esse argumento é ilustrado por Aumann no contexto da teoria de matchings que é, segundo ele, uma das mais impressionantes histórias de sucesso da teoria dos jogos. A história refere-se ao algoritmo de Gale-Shapley (que será estudado neste livro, vide Gale e Shapley, 1962), que foi desenvolvido para resolver o problema de seleção de alunos em instituições de ensino. Em 1984 Alvin Roth (vide Roth, 1994) publicou artigo mostrando que o algoritmo de Gale-Shapley era de fato o mecanismo que estava sendo usado desde 1951 para a admissão de residentes nos hospitais americanos. Um mecanismo ao qual se chegou depois de décadas de tentativas e erros.

A segunda resposta a essa crítica caminha na direção oposta e segue o argumento de Milton Friedman segundo o qual o que torna uma teoria válida não é sua capacidade de descrever exatamente a linha de raciocínio seguida pelos agentes, mas sim sua capacidade de descrever o resultado do comportamento desses agentes, ou seja, seu poder previsivo (vide Friedman, 1953). Para ilustrar o argumento num exemplo corriqueiro, lembre-se do que acontece quando descuidadamente deixa-se cair de uma mesa algum objeto, como um copo. Apesar de muitas vezes não ser possível evitar que este se rompa, ocorre com alguma frequência da pessoa conseguir recuperá-lo justo a tempo de evitar que atinja o chão. O gesto intuitivo do agente, que tem o efeito de evitar a perda do copo, não é em nada precedido pelo cálculo do caminho de deslocamento do objeto baseado na velocidade inicial do mesmo e na força de gravidade ao qual foi submetido, esta sendo a teoria que explica exatamente como movimentar sua mão de

forma a recuperar o objeto a tempo.

Finalmente, uma terceira resposta busca desenvolver uma teoria que exija menos racionalidade por parte dos agentes, o que está sendo feito no campo das teorias dos jogos evolucionários, da racionalidade limitada e da complexidade, por exemplo.

(iii) Multiplicidade de soluções.

As duas críticas apresentadas acima são, de fato, bastante gerais e se aplicam a várias áreas da teoria econômica. Existe, no entanto, uma terceira crítica que se aplica com maior força à teoria dos jogos e diz respeito às soluções previstas pela teoria. De fato, é bastante comum que da análise de um jogo chegue-se a uma multiplicidade de soluções possíveis. Esse resultado sugere que a teoria tem pouco poder de previsão. Esse questionamento pode ser discutido de duas formas. Em primeiro lugar, a existência de múltiplos equilíbrios pode ser simplesmente o resultado de uma análise superficial do problema; nesse caso uma análise mais profunda pode chegar à conclusão que, explorando-se com mais cuidado o conceito de racionalidade pode-se eliminar muito dos equilíbrios encontrados, chegando-se finalmente a um único equilíbrio. Esse tipo de exploração será freqüentemente usado neste livro.

Uma segunda forma de confrontar a multiplicidade de equilíbrios consiste em reconhecer que a realidade pode ser, de fato, por demais complexa, para que se possa garantir a existência de uma única solução viável. Nesse caso, é justamente pelo fato do jogo modelar adequadamente toda a riqueza de interações estratégicas que ocorrem na sociedade, que podem existir vários equilíbrios, todos eles soluções plausíveis para a situação estudada.

3.7-CONCLUSÃO

Após ter-se mostrado as dificuldades de se definir regras de agregação de preferências individuais e de escolha social nos capítulos anteriores, este capítulo apresentou as noções básicas usadas pela teoria que tenta analisar como os agentes se comportam em situações estratégicas, descreveu em linhas gerais os principais modelos usados para analisar essas situações e apresentou algumas das principais críticas que se

faz à teoria dos jogos. Os próximos capítulos apresentam com detalhe os modelos e as soluções desenvolvidos pela teoria.

REFERÊNCIAS

Baumol, William e Blinder, Alan S. Economics: principles and policy. New York: Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1994.

Gibbons, Roberts. *An introduction to applicable game theory*. Journal of Economic Perspectives, 11(1): 127--149.

Kreps, David. Game theory and economic modeling. Clarendon Lectures in Economics. Oxford: Oxford University Press, 1990.

Kreps, David M. A course in microeconomic theory. Princeton: Princeton University Press, 1990.

Dixit, Avinash K. e Nalebuff, Barry J. Thinking strategically: the competitive edge in business, politics, and everyday life. New York: W.W. Norton, 1991.

Friedman, Milton. Assays in Positive Economics. Chicago: University of Chicago Press, 1953.

Roth, Alvin e Sotomayor, Marilda. Two-sided matching – A study in game-theoretic modeling and analysis. Econometric Society Monographs No. 18. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.

Weibull, Jorgen W. Evolutionary game theory. Cambridge: MIT Press, 1995.